Симметрия лежит в основе многих природных явлений, проявляется в физических формулах квантовой механики, в природе, искусстве, архитектуре. В небольшой книге Дэвида Вайда, архитектора, писателя и художника, живущего в Уэльсе, представлен различный спектр проявлений симметрии. Она является продолжением теоретических идей, изложенных автором в книгах «Модели исламских искусств», «Геометрические узоры и бордюры», «Кристалл и дракон: Космический танец симметрии и хаос природы, искусства и сознания», «Динамическая форма в природе» (Pattern in Islamic Art (Overlook Press and Studio Vista, 1976); Geometric Patterns and Borders (Wildwood House and Van Nostrand Reinhold, 1982); Crystal and Dragon: The Cosmic Dance of Symmetry and Chaos in Nature, Art and Consciousness (Destiny Books, 1993); Li: Dynamic Form in Nature (Walker & Company, 2003); and Symmetry: The Ordering Principle (Walker & Company, 2006).

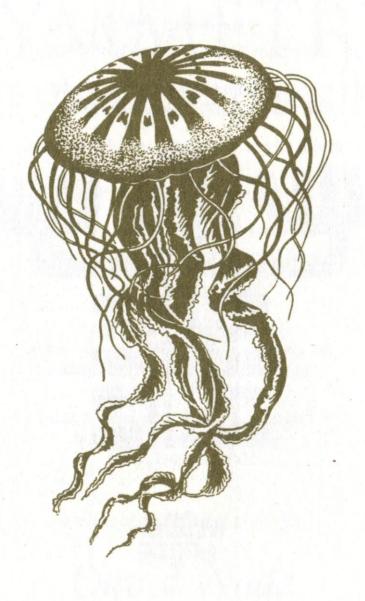
Книга была выпущена на английском языке издательством ST. MARTINS PR., в 2006 году и пока не была переведена на русский язык.

Решение включить русский перевод текста с иллюстрациями пособие, предназначенное для будущих архитекторов и дизайнеров, было принято, поскольку многие темы пособия перекликаются с главами книги Д.Вайда, а другие темы - дополняют друг друга. Изучение темы симметрии под

разными углами помогает рассмотреть теоретические и практические аспекты творчества, определить некоторые взаимосвязи между объектами и явлениями рукотворной и нерукотворной природы. Симметричные элементы рукотворных и природных форм присутствуют в теоретическом материале и иллюстрациях к темам «рисунок растительных форм», «рисунок городского пейзажа», «наброски людей».

Перепечатка книги осуществляет с разрешения редакции. Авторы пособия благодарят за Наталью Трофимову и Юрия Бутенко перевод книги на русский язык.

Ирина Топчий



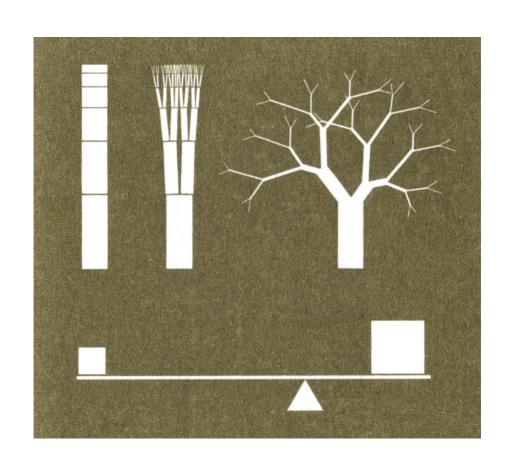
# SYMMETRY

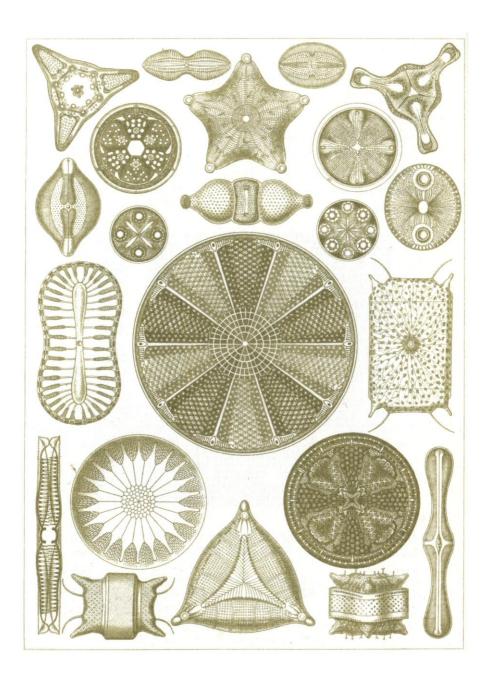
THE ORDERING PRINCIPLE



written and illustrated by

David Wade





## ВВЕДЕНИЕ

Симметрия – это обширное понятие, она одинаково интересна как математикам, так и художникам, так же значительна для физики, как и для архитектуры. Более того, многие другие дисциплины предъявляют свои права на определение того, что такое симметрия, и какой она должна быть. Очевидно, что какой бы подход применялся, мы НИ имеем универсальным принципом, однако, в нашей повседневной жизни симметрия не так явна и очевидна, хотя встречаются и такие примеры. Так что же такое симметрия? Есть ли для нее общее определение? Может ли она в принципе быть четко определена?

На деле выясняется, что вся тема симметрии парадоксальна. Начнем с того, что понятие симметрии неразрывно связано с понятием асимметрии. Мы едва ли можем представить себе одно без другого (как и концепцию порядка без концепции беспорядка), и это не единственный пример двойственности. Принципы симметрии всегда подразумевают категоризацию, классификацию и четкий порядок, проще говоря — ограничены. Но сама по себе симметрия безгранична, нет такой области, где бы ни применялись ее законы. Симметрия характеризуется неподвижностью, которая каким-то образом сохранятся в суетливом мире, и в то же время почти всегда подвержена трансформации или движению.

Чем глубже изучается симметрия, тем очевиднее становится тот факт, что эта одна из самых обычных тем в тоже время остается и одной из самых загадочных.

### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ.

Регулярное расположение объектов.

При изучении симметрии среди множества базовых факторов выделяются два основных понятия — совместимое равенство (конгруэнтность) и периодичность, которые присутствуют в том или ином виде в большинстве примеров симметрии, а отсутствие одного, либо второго, приводит к уменьшению или вовсе отсутствию симметрии.

Например, два подобных объекта, расположенные без определенного порядка, всего лишь подобны (они могут быть конгруэнтны, но при этом не составляют никакую последовательность) (1, напротив). Добавление третьего объекта привносит элемент регулярности, создавая основу узнаваемого порядка (2).

Таким образом, в своей простейшей форме, симметрия представляет собой регулярное повторение объекта по линии (внизу) — последовательность, которая легко превращается в массив (3). Очевидно, что простая организация объектов подобным образом может быть продолжена до бесконечности, но симметрия будет сохранена при неизменности, как самого повторяющегося объекта, так и расстояния удаленности объектов друг от друга.

Примеры массивной симметрии легко находятся в природе, например расположение зерен кукурузы в початке (4) или чешуи рыб и рептилий (5). И, естественно, такие регулярные последовательности встречаются в искусстве и артефактах, например человеком, декорировании производимых (6). Конечно, помимо шаманского плаща эстетических критериев на формирование последовательности часто влияет критерий функциональности, ярким примером чего являются узоры кирпичной кладки или черепицы (7,8).







1. Подобие

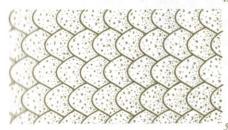






2. Узор появляется при использовании трех элементов

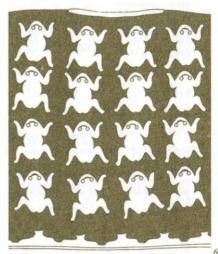


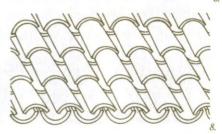






3. Симметричные ряды имеют регулярную структуру. В принципе, любая симметрия строится на "инвариантности" или "самоподобии". В геометрической симметрии воображаемое движение, необходиоме для достижения этого, будь то повторение, отражение или поворот, называется изометрией.





#### ПОВОРОТЫ И ОТРАЖЕНИЕ.

Точечная симметрия.

Существуют два основных типа симметрии – поворотная и зеркальная. Каждая из этих форм симметрии опирается на понятие конгруэнтности, что означает совместимое равенство каждой части элемента в любом выражении (внизу). В простой поворотной симметрии элементы повторяются с регулярными интервалами относительно центра симметрии (1-4).

Так как элементы в данных примерах симметрии являются простыми, неотраженными копиями друг друга, они описываются как прямо совместимые. В зеркальной симметрии, напротив, зеркально отраженные элементы располагаются относительно линии отражения, и называются обратно совместимыми (5,6). Так как центральная точка или линия остаются зафиксированными и в поворотной, и в зеркальной симметрии, такие типы симметрии называются точечными.

В самой простой своей форме поворотная симметрия использует всего два компонента, расположенных вокруг центральной точки. К такому типу относятся обычные игральные карты, из которых при разрезе по линии, проходящей через центр карты, получится две одинаковых половинки. Символ трискелион состоит из трех повернутых частей, свастика из четырех, и так далее, ограничивая число частей лишь возможным количеством повторений вокруг данного центра. Поворотная и зеркальная симметрия также могут комбинироваться, в случае чего, линии отражения пересекаются в центре поворотной симметрии. Данный тип симметрии называется зеркально-поворотной симметрией.









1. Простейшая форма поворота относительно центра с двумя элементами







2. Игральные карты - пожалуй самый известный пример двукратной поворотной симметрии на 180° (заметьте, отражение не используется)



3. Поворотная симметрия может использовать любое количество элементов.







4. Поворотная симметрия с 3, 4 и 5 элементами и углом поворота 120°, 90° и 72° соответственно



5. Отражение относительно линии







6. Мотивы, в которых применяется симметрия отражения - одни из самых распространенных



7. Зеркальноповоротная симметрия







 $8.\ Примеры$  зеркально-поворотной симметрии, совмещающей отражение и поворот

## ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ САМОПОДОБИЕ.

Гномоны и другие самоподобные фигуры.

Симметрия – это неизменная характеристика роста и формы, как в простых, так и в сложных живых и неживых системах.

Гномон демонстрирует простейший пример геометрического роста (внизу). Принцип следующий: когда гномон добавляется к фигуре, она увеличивается, но сохраняет общую форму – и такое увеличение можно производить неограниченное количество раз. Это то, что происходит с замысловатыми формами ракушек и рогов, когда новая ткань прибавляется к уже мертвой.

Расширяющаяся симметрия также производит фигуры, геометрически подобные оригиналу. Принцип данной симметрии — увеличение (или уменьшение) формы по осям, расходящимся из центра. Расширяющаяся симметрия, которая может распространяться от бесконечно малых до бесконечно больших форм, использует любой угол осей (1), любой сектор круга (2) или весь круг (3).

Расширение также быть вращением, может связано результатом симметрия, непрерывная чего станут порождающая, в свою очередь, изогональные спирали (4) (о которых будет рассказано позже), или прерываемая симметрия (5) (в которых величина приращения не обязательно является полным делителем поворота). Расширяющиеся симметрии также имеют место и в трехмерном пространстве. Очевидно, что симметрии тесно связаны с спиральные вращением расширением и возникают при соединении двух этих факторов.





1. Расширяющаяся симметрия с регулярным увеличением (или уменьшением)



2. Расширение с центром в точке



3. Расширение на 360°



4. Расширение с поворотом



5. Прерываемая симметрия





6. Симметрии подобия, возникающие при регулярном расположении элементов







#### лучи.

## Центральная симметрия.

Радиальная симметрия — это возможно один из самых привычных способов правильного распределения. Будучи конечной, она относится к широкой категории симметрии точечных групп и подразделяется на три отдельных формы.

В двухмерном пространстве - это симметрия вращения с центром точке на плоскости любым И правильных делений круга. Также часто применяется отражение, в результате чего получается зеркально-поворотная симметрия (1). Данный тип симметрии наблюдается во многих цветах, и, конечно, центрально симметричные, лучевые мотивы появляются в декоративном искусстве практически каждой культуры.

В трехмерном пространстве радиальная симметрия либо имеет своим центром точку в пространстве, из которой исходят лучи до любой точки, отличной от центра (как при взрыве) (2), либо имеет центральную ось вращения, образуя цилиндрическую или коническую форму (3). Последние два примера - это симметрии, характерные для растений.

У большинства цветов количество лепестков — это число из последовательности чисел Фибоначчи — например 3, 5, 8, 13, 21 и т.д. (больше об этой последовательности на стр. 30). А удивительная симметрия снежинок, напротив, всегда имеет шесть лучей.

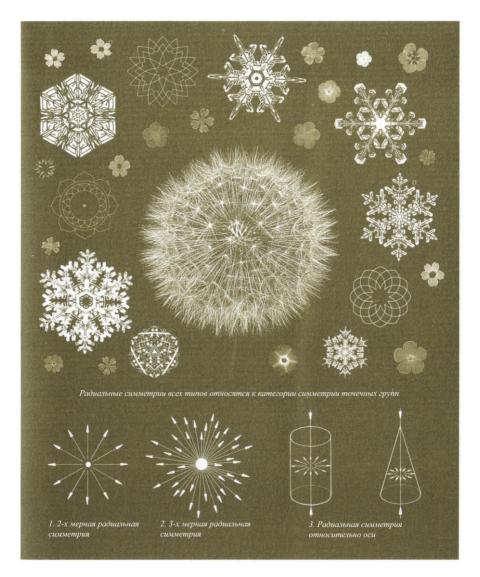
Будучи одним из излюбленных декоративных мотивов, плоскостная радиальная симметрия, в то же время, является самой полезной конфигурацией устройств, работающих по принципу вращения — особенно колес во всех их проявлениях.











#### РАЗРЕЗЫ И СКЕЛЕТЫ.

Внутренняя симметрия растений и животных.

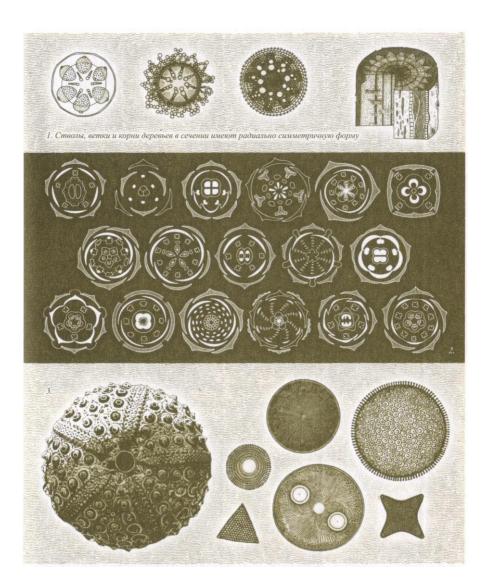
растений имеют радиально симметричное Большинство строение в той или иной степени. Более того, различие между царствами растений и животных отражается на доминирующей симметрии их структуры. Так как растения в основном неподвижны и зафиксированы, они развиваются радиально, в то время как большинство животных способны обдуманно передвигаться, двустороннюю, И имеют или точнее дорсовентральную структуру (см. стр. 18).

Ствол и ветки деревьев в поперечном сечении имеют радиальную структуру, как и корни и вертикальные стебли (1). Самые обыкновенные (актиноморфные) цветы имеют радиальную симметрию, как и многие соцветия (2). Плацентация тоже неизменно радиальна (внизу). Грибы, лишайники и трубчатые листья тростника — везде радиальная симметрия.

Неподвижные животные, которые закреплены где-то и не могут передвигаться, обычно тоже имеют подобную структуру. Большая часть подобных животных — морские создания, как морские анемоны или морские ежи (3). Морские звезды или кораллы — напротив, центрально симметричны.

Скелеты морских простейших (среди которых Радиолярия и Фораминифера), которые присутствуют в воде в таком изобилии, что составляют 30 процентов океанского осадка, также имеют в основе своей формы радиальную симметрию.

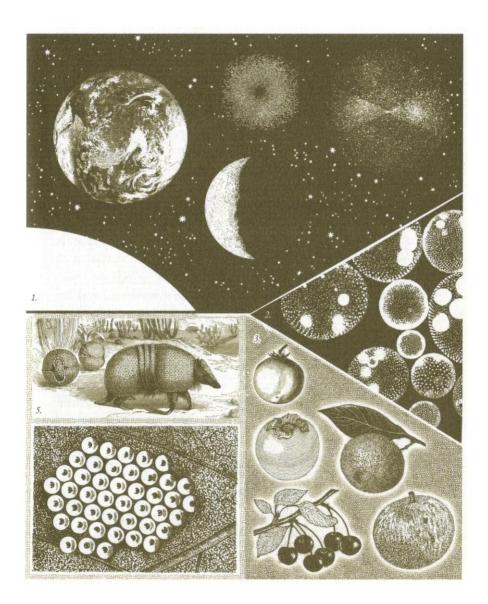




#### СФЕРИЧЕСКАЯ

# Идеальная трехмерная симметрия

Если в двухмерном мире идеальной фигурой является круг, то в трехмерном — это сфера — идеальная радиальная симметрия. Обе формы были известны древним грекам и считались божественными (философ Ксенофан, например, старый пантеон богов одним божеством, которое, по его мнению, было сферическим). Пифагор был первым, кто считал, форме сферическая, позднее Земля по космологи что весь расширяющийся космос предположили, симметрию сферы. Интересно, что данная форма одинаково появляется во всех масштабах: от звезд, планет, спутников, облака Орта, шаровидных галактических кластеров (1), до капелек воды. Все обязаны своим симметричным постоянством тому факту, что они формируются под воздействием одной доминирующей силы; поверхностного натяжения гравитации (которая, в свою очередь, сферично симметрична). Поверхностное натяжение также отвечает за сферическую форму большинства микроскопических созданий (2). Они, как правило, имеют жидкий состав и должны поддерживать внутренне давление, которое находится в равновесии с их окружающей средой. Кроме того, все сферические создания обычно малы по размеру (что позволяет минимизировать влияние гравитации) и живут в воде. Большинство из них либо почти не передвигаются, либо вообще не передвигаются. С практической точки зрения, сфера имеет наименьшую площадь поверхности для данного объема, что определят форму многих фруктов (3) и яиц (4). Из-за наименьшей площади поверхности и одинаковости со всех сторон сфера является отличным средством естественной защиты от хищников. сферические животные отвечают на опасность, сворачиваясь – что является способностью, появившейся в результате эволюции (5).



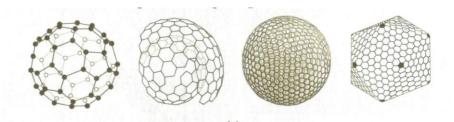
#### СИММЕТРИЯ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ.

Пространственная изометрия

Сфера — это трехмерный эквивалент совершенной симметрии плоского круга. По тому же принципу другие объемные фигуры относятся к соответствующим двухмерным фигурам, и задействованы те же изометрические принципы (1-6).

Если рассматривать способы симметричного деления пространства, то простейшие формы получаются из простых плоских фигур. Как равносторонний треугольник, квадрат и пятиугольник занимают два измерения, так и призмы, в основании которых лежат эти фигуры, займут трехмерное пространство (7). Что касается объемных фигур, которые были бы симметричны, то тут выбор не так очевиден, но включает в себя куб, усеченный октаэдр (5), кубо-октаэдральную систему (8) и ромбический додекаэдр (9). Три сферические симметричные системы имеют особое значение для простых объемных фигур.

Интересно, что среди огромного разнообразия простых фигур природа обычно отдает предпочтение одному типу, а именно - пятиугольным додекаэдрам. Эти фигуры, состоящие из шестиугольников и пятиугольников, принимаются такими разнообразными формами как фуллерены, частицы аморфного углерода, радиолярия и вирусы (внизу). Интересный аспект и возможно ключ к разгадке полезности этих форм в природе – тот факт, что чтобы из любого количества шестиугольников составить трехмерную замкнутую фигуру, достаточно добавить к ним всего двенадцать пятиугольников.

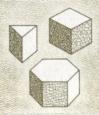




1. 3-х мерная симметрия относительно линии



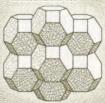
4. 3-х мерная симметрия точечной группы



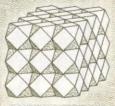
7. Пространственные призмы



2. 3-х мерная симметрия относительно оси



5. 3-х мерная симметрия пространственной группы



8. Кубо-октаэдральная система





3. 3-х мерное отражение



6. 3-х мерная симметрия расширения



9. Ромбический додекаэдр



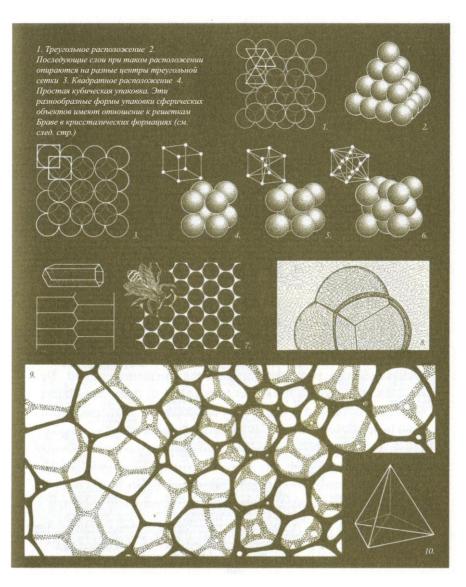
10. Три сферических системы симметрии: тетраэдральная, октаэдральная и икосаэдральная

#### СТОПКИ И ПАЧКИ.

Фрукты, пузыри, пена и другие наполнители пространства. Поиск самого простого и эффективного способа сложить кучу апельсинов — это одна из задач, которая кажется простой, но имеет глубокие математические корни. Достаточно простая задача, чтобы начать с нее. Самый простой способ упаковки сферических объектов — это треугольные или квадратные наборы (1-3), эти конфигурации, очевидно, относятся к обычным способам деления плоскости (см. приложение). Распределение фруктов подобным образом позволяет положить второй слой объектов только в места касаний объектов на первом уровне. Это происходит из-за естественного стремления к минимальному сопротивлению. Существует три определенных кубических конфигурации (4,5,6), но гранецентрированный порядок оказался самым эффективным, хотя доказано это было лишь спустя 400 лет после того, как он был предложен Кеплером.

При многих других обстоятельствах трехстороннее соединение при 120° являются самыми экономичными системами. Пчелиные соты – это классический пример. При их постройке пчелы используют минимум воска (7). Также пузыри мыльной свободными границами группируются co эффективное угловое соединение, известное как граница Плато (8).

Однако когда доходит до большого скопления мыльных пузырей, имеет место совсем другой волшебный угол, а именно внутренние 109° 28' 16". любой поверхности В пене под таким углом, который равен соприкасаются образованному линией проведенной из центра в угол тетраэдра (10). Интересно, что сплошное тело тетраэдра заполняет все полезное пространство только в комбинации с октаэдром.



# КРИСТАЛЛИЧЕСКИЙ МИР.

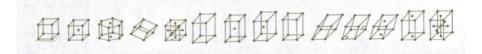
Оплот симметрического порядка.

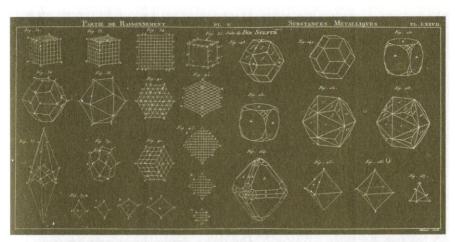
Из всех естественных объектов кристаллы наиболее близко приближаются к математической чистоте формы (они могут принимать эти формы, но не все). Однако удивительная естественная красота кристаллов — это всего лишь внешнее отражение еще более удивительной внутренней структуры. Более того, кристаллическое состояние — это почти невообразимый порядок, построенный десятками или даже сотнями миллионов послушных, идентичных молекул.

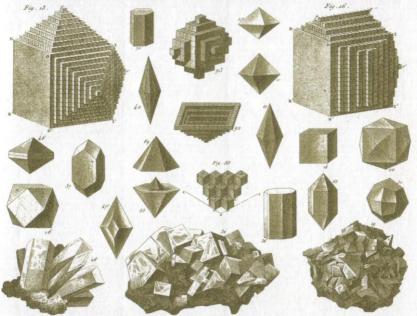
Кристаллы различных субстанций принимают разнообразные характерные формы, однако закономерность построения этих форм основана на использовании той или иной ячейки из набора из четырнадцати решеток (внизу). Эти решетки Браве, эквиваленты двухмерных графиков, позволяет компонентным молекулам неограниченно повторяться в трех различных пространственных направлениях, что напоминает повторение узора на обоях.

Ранние научные исследования кристаллов изначально были связаны с классификацией, в основном по критериям задействованных типов симметрии. К середине 19 века кристаллы были разделены на ? отдельных класса, а к концу того же века все 230 возможных пространственных групп были описаны русским кристаллографом Федоровым.

Однако открытие рентгеноструктурного анализа в начале 20 века полностью перевернуло науку. Систематический анализ симметричных узоров, наложенных на фотографическую пластину с помощью данного метода, открыл удивительный внутренний мир кристаллов.







#### основы.

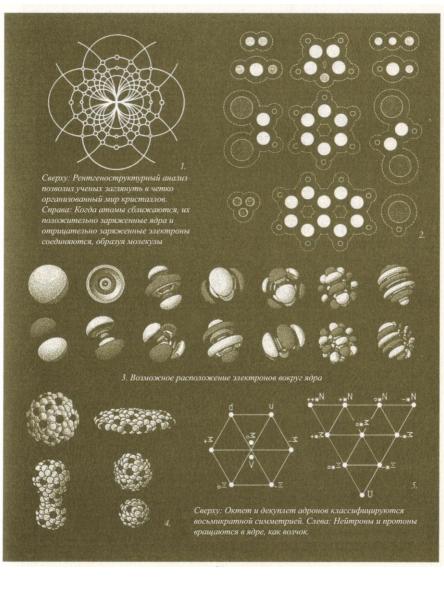
# Симметрия в сердце материи.

К концу 19 века физик Пьер Кюри вывел закон, который он считал универсальным принципом физики, что симметричное обязательно воздействие приведет симметричным К общем он последствиям. Однако, ошибался, симметрия не всегда действует, как он предполагал. Но интуиция в вопросах симметричной последовательности не подвела его, но только на простейшем уровне материи. Четко структурированный мир кристаллов, доступный для изучения благодаря рентгеноструктурному анализу (1), полностью определяется базовой симметрией атомного и субатомного мира.

Периодическая таблица Менделеева, расположившая элементы по группам, стала основной вехой классической физики 19 века. Но вскоре, в 20 веке стало понятно, что свойства элементов отражали, кроме всего прочего, закономерность внутренней структуры составляющих их атомов. С развитием теории атомов стало очевидным, что все химические свойства, зависящие от количества протонов и электронов в атомных структурах, позволяют веществам группироваться в правильные молекулярные наборы (2).

В 1960-ых стало понятно, что хотя электроны (3) являются фундаментальными частицами, протоны и нейтроны ядра (4) состоят из еще более маленьких частиц — адронов и лептонов. Адроны, в свою очередь, являются комбинациями кварков, которые соединяются в прекрасную симметрию знаменитого «восьмеричного пути» (5).





#### ДОРСОВЕНТРАЛЬНОСТЬ.

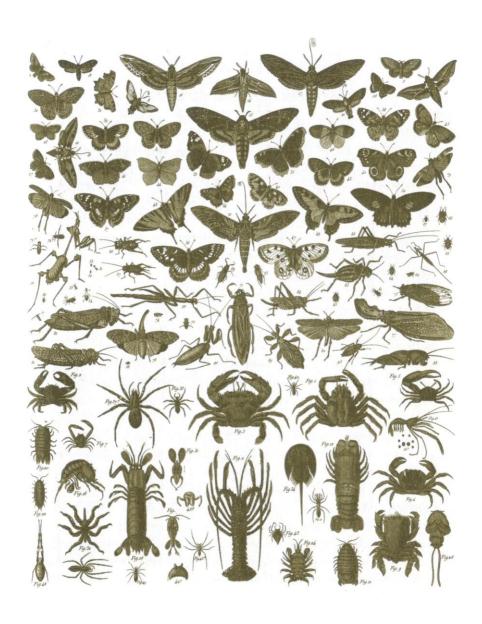
Симметрия движущихся созданий.

Животные, по определению, многоклеточные, питающиеся создания и почти все способны, так или иначе, передвигаться. Естественно, эти свойства определяют их строение. Ходит ли животное по поверхности земли, живет ли в земле, плавает или летает, его тело будет иметь правую и левую сторону, которые будут зеркальными копиями друг друга. Так как у них еще есть передняя и задняя часть (и обычно различается верхняя и нижняя части) их едва ли можно назвать двусторонними, скорее дорсовентральными. Это наилучшая структура, если необходимо направленно передвигаться (примеры напротив). Этот тип симметрии свойственен не только животным, но и автомобилям, лодкам, самолетам и т.д.

Есть и другие черты животной дорсовентральности, которые со способностью передвигаться. развивались совместно Направленное требует движение, очевидно, зрения, направленного для определения направления, вперед расположенного спереди рта, для эффективности питания. Плавники и конечности, напротив, расположены по бокам в симметрично сбалансированных позициях.

Хотя, по описанным выше причинам, дорсовентральность – это неизменная симметрия царства животных, она также распространена и в мире растений – типично у зигоморфных цветков и у большинства форм листьев (внизу).





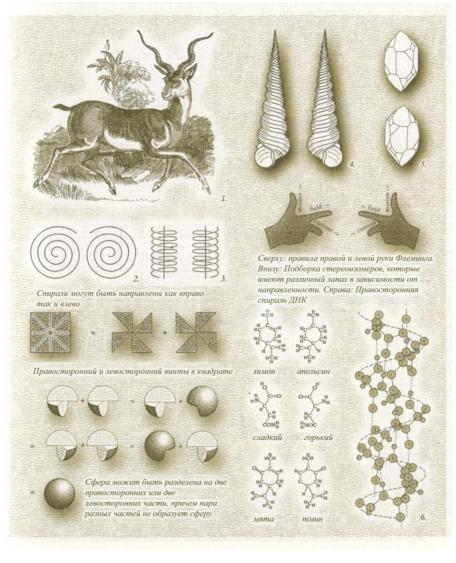
#### ЭНАНТИОМОРФИЗМ.

Лево- и правосторонность.

Помимо всего прочего у нашего дорсовентрального тела есть пара рук, которые, в общем, одинаковы, только зеркально противоположны. То же относится и к ногам, рогам животных, крыльям бабочек и многим другим частям животных (1). Возможность фигуры или объекта существовать в двух разных формах таким образом не ограничивается зеркальной симметрией, перенятой живыми организмами. Любая спираль, например, может виться как по часовой, так и против часовой стрелки, на плоскости (2) и в трехмерном пространстве (3).

Более того, возможность альтернативных форм применима к любому животному или неживотному объекту, имеющему структуру. Раковины моллюсков бывают винтовую правостороннего, так и левостороннего типа (некоторые виды имеют определенную склонность, у других выбор оказывается случайным) (4). Подобная ситуация и закручиванием  $\mathbf{c}$ виноградной лозы других (большинство И вьюнов правосторонние, но солидное меньшинство - левши).

В химии подобный феномен называется хиральность. Самый распространенный пример данной черты — это кварц (5). Хиральность имеет особую важность в сфере органической химии, так как многие биологические молекулы гомохиральны, что означает, что они имеют одинаковую направленность, включая аминокислоты (компоненты протеина) и ДНК (6). Что на деле означает, что вся химическая основа самой жизни хиральна. На ранней стадии зарождения жизни на Земле первейшие молекулы, начиная процесс самовоспроизведения, выбрали особый стереохимический профиль, и, таким образом, определили весь правосторонний курс эволюции.



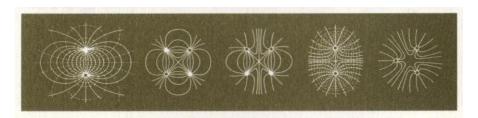
#### ИЗГИБ И ТЕЧЕНИЕ.

Волны и воронки, параболы и эллипсы.

До сего момента в рассмотрении симметрии ударение делалось на более статичную геометрию поворота, отражения и т.д. К симметрии изгиба, которая применяется в движении и росте, эти принципы расширяются до динамики (1-3).

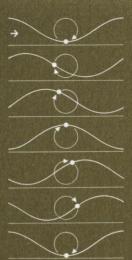
Сечения конуса (4) впервые изучались Менехмом в Академии Платона в 4 веке до н.э., но только в эпоху Возрождения стала понятна их роль в физике. В 1602 году Галилей доказал, что траектория брошенного объекта описывает параболу. Вскоре эллиптическую открыл природу планетарного Кеплер движения. позднее было открыто, то гиперболические кривые могут выражать любую зависимость в которой одна величина обратно пропорциональна другой (как в законе Подобные открытия резюмируют тенденцию наследия математикой принципов более широкого понимания симметрии для обнаружения скрытого единства природы.

Волнообразные формы также симметричны, как по своей длине, так и периодичности. Простая синусоида может рассматриваться как проекция пути, проходимого точкой, движущейся по кругу с постоянной скоростью (5). Более того, круговое движение — это компонент любого волнообразного движения. Если это движение регулярно увеличивается или уменьшается, оно имеет характерную синусоидальную конфигурацию.





1. Завитки образованные разделенным потоком воздуха в трубе органа



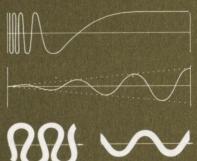
2. Волновое движение в жидкости носит циркулярный характер



3. Вихревая дорожка Кармана



4. Сечения конуса и серия элипсов



5. Сверху и посередине: Синусные волны. Внизу: Изгибы рек часто принимают форму синусоиды

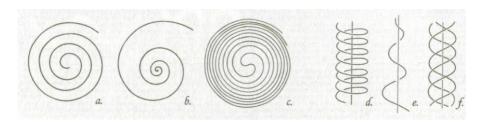
#### СПИРАЛИ.

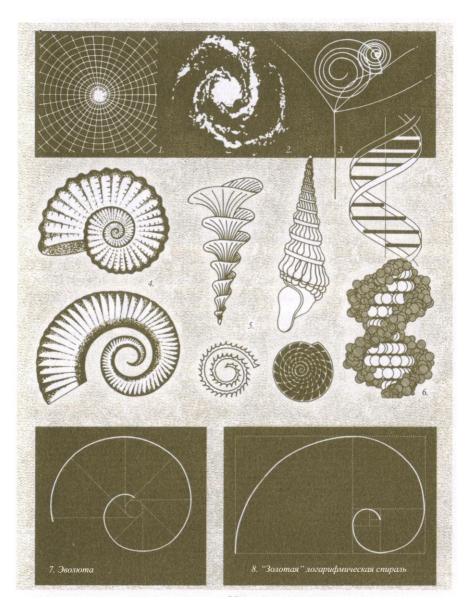
# Любимые структуры природы

Из всех постоянных кривых спирали – самые распространенные. Они часто встречаются в мире природы в различных формах, во всех масштабах: в паучьей паутине (1), галактиках (2) и следах частиц (3), в рогах животных (4), морских ракушках (5), структуре растений и ДНК (6). Очевидно, что это любимая форма природы.

В чисто геометрическом понимании, обычные плоские спирали бывают трех различных типов (внизу): архимедова спираль (а), логарифмическая спираль (b) и спираль Ферма (c). Архимедова спираль, возможно, самая простая, состоящая параллельных, равноудаленных линий (как на пластинке). Логарифмические (или растущие) виниловой спирали – самые интересные и сложные из всех, особенно «золотая» спираль (8), которая связана с последовательностью (см. следующую страницу). Логарифмические Фибоначчи спирали в целом имеют свойство самоподобия, то есть выглядят одинаково в любом масштабе. В спирали Ферма параболической спирали) последующие витки одинаковый прирост пространства, что является причиной ее появления в филлотаксисе – расположении листьев и цветков на стебле (и в кружках кофе).

Трехмерные спирали симметричны относительно оси, поэтому всегда имеют определенное направление (d). Расширение симметрии может применяться к спиралям с постепенным увеличением ширины (e), и, конечно, они могут состоять из любого количества нитей, как канаты (f).



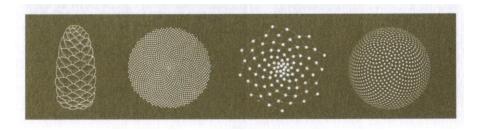


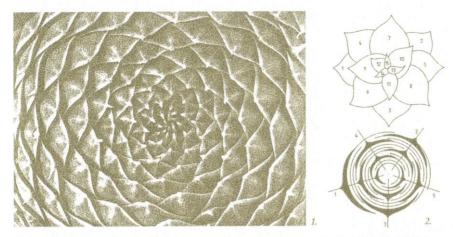
# ВЕЛИКОЛЕПНЫЙ ФИБОНАЧЧИ.

Золотые углы и золотые числа

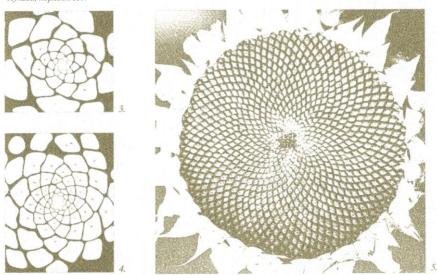
В конце 12 века молодой итальянский служащий таможни заинтересовался (и дал свое имя) числовой последовательности, которая с тех пор занимает умы математиков. Под псевдонимом «Фибоначчи» Леонардо Пизанский открыл числовую прогрессию где каждое следующее число является суммой предыдущих двух чисел, то есть 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 и т.д. Он также узнал, что эта последовательность имеет особые математические свойства. Числа Фибоначчи часто встречаются природных системах роста растений, расположении лепестков и семян. Лепестки цветов практически всегда по количеству соответствуют числам Фибоначчи, еловые шишки состоят из 3 и 5 (или 5 и 8) переплетенных спиралей, ананасы имею 8 рядов чешуек закручивающихся в одну сторону и 13 в другую, и так далее. Последовательность также встречается в филлотаксисе – расположении листьев и веток на растениях.

Числа Фибоначчи связаны с числом  $\Phi u$  — чем больше числа в последовательности тем ближе отношение между последующим и предыдущим числом стремится к этому золотому числу. В филлотаксисе также выявилось применение «золотого» угла 137,5° ( $360^{\circ}/\Phi u^{2}$ ). Данная система обеспечивает самое эффективное использование пространства при росте веток, листьев и цветов. Числа Фибоначчи не ограничиваются в применении органическими формами, они наблюдаются во многих аспектах физического мира: от наночастиц до черных дыр.





1. Филотаксис кактуса в порядке 13:8. 2. Порядок 8:5, 8 листьев расположены в 5 рядов, каждой 8-ой лист поверх остальных. 3. Еще один пример филотаксиса в порядке 8:5. 4. Редкий пример филотаксиса Лукаса, порядок 11:7



Филотаксис подсолнечника - порядок Фибоначчи на спиралях Ферма. Посчитайте количество спиралей в каждую сторону.

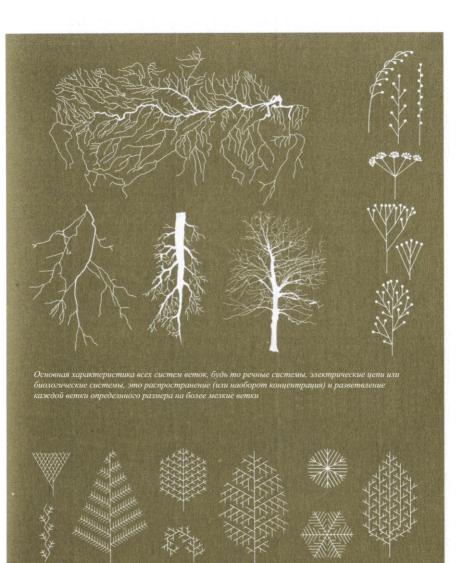
#### СИСТЕМЫ ВЕТОК

# Системы распространения

Разветвляющиеся сети могут иметь как реальное воплощение, как деревья, реки и т.д., так и быть просто концепцией, существующей вне зависимости от какой-либо физического олицетворения. В последнем случае достаточно сложные системы создаются с помощью достаточно простых закономерностей.

Один из самых удивительных аспектов систем ветвления - это принципа совершенно применение одного В обстоятельствах, например, разветвление молнии сходно с разветвлением рек. Такое же сходство между системами распределения и концентрации (внизу). В любом случае, функционирующие системы разветвлений являются системами эффективного распределения энергии в той или иной форме простейший способ соединения любой частью c пространства кратчайшим путем (или наименее трудоемким). Скрытая симметрия внутри систем разветвлений касается уровня и степени разветвленности. В простой прогрессии, например, три небольших ручейка могут впадать в поток крупнее, три потока крупнее, свою очередь, впадают в еще более крупные, а те в реку. Такой тип прогрессии – это часто встречающаяся система, характерная не только для рек и растений, но и для сосудистой системы животных. Хотя закономерности, определяющие разветвления природе запутаны, обычно более однако, относительно простые алгоритмы могут создать очень сложные формы.





#### ВОСХИТИТЕЛЬНЫЕ ФРАКТАЛЫ

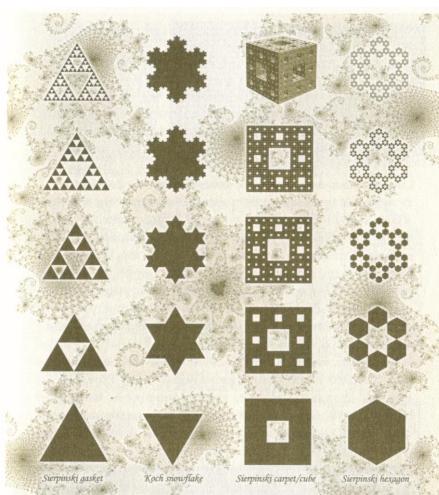
Самосогласованность в п-ной степени.

Существует множество естественных феноменов, возможно большинство, относительно которых понятие «симметрия» кажется неприменимым. Аморфные формы облаков, рваные контуры гор, бурные потоки, пятна лишайника и т.д., вкупе создают впечатление смешанной беспорядочности. Но во всех этих объектах присутствует логичность, обнаружение которой широко раздвигает рамки идеи самоподобия и самой симметрии.

Многие природные формы, даже если они кажутся беспорядочными, сложными И обладают непостижимо узнаваемым статичным самоподобием. Это значит, что они выглядят одинаково в различных масштабах, и степень их фрактальности может быть измерена. Существует также и обратное применении идеи того, что самые сложные феномены имеют внутренний порядок, то есть, что относительно простые формулы могут в итоге создавать самые сложные фигуры. Знаменитое множество Мандельброта - возможно, самый известный и самый сложный пример этого эффекта.

Кроме того, множество органических систем имеют свойства фракталов, например сосудистая система животных. Разветвленная система кровеносных сосудов, которая повторяет себя при уменьшении масштаба, позволяет крови эффективно питать все части тела.

В математике многие фракталы неограниченны в масштабе и теоретически могут уходить в бесконечность, однако в природе, где формы соответствуют определенным целям, это редкость. Кровеносные сосуды уменьшаются до бесконечности, как и цветная капуста не увеличивается.? Природа используют геометрию фракталов там, где это выгодно.



Фракталы связаны с огромным прорывом в компьютерной науке и Теории Хауса, но их геометрия имеет собственную историю. Представленные сверху формы, датированные началом 20-го века, изначально рассматривались как математические игры, демонстрирующие смешение конечного пространства и бесконечных грапии.

# ПАРКЕТ ПЕНРОУЗА И КВАЗИКРИСТАЛЛЫ

Удивительная пятикратная симметрия

В середине 1980-х мир кристаллографии был ошеломлен открытием совершенно нового типа материала, находившегося между кристаллическим и аморфным состояниями. Что было особенно удивительно, этот новый материал имел в основе своей пятикратную симметрию, очевидно нарушая основные законы кристаллографии. До того момента традиционно считалось, что только 2-х, 3-х, 4-х и 6-ти кратная симметрия могла создать решетку, из которой формируются кристаллы. Новый материал шехтманит (3) (названный первооткрывателя) вскоре классифицироваться стал как квазикристалл. Постепенно стали появляться и другие образцы этого материала (которые по шкале твердых тел находятся между кристаллами и стеклом). Естественно, вскоре им было найдено применение. Микроскопическое изображение очень рентгеноструктурный приближения анализ И сильного квазикристалльных открыл необычную структур додекаэдральную симметрию и присутствие коэффициента Фи (внизу).

Интересно, что свободная симметрия, на которой они базируются, была предсказана математиком из Оксфорда Роджером Пенроузом в начале 70-х. Пенроуз создал пару непериодических «паркетов», основанных на почти пятиугольной симметрии (4,5,6). В квазикристаллах эти узоры имею элементы дальнего порядка, несмотря на их пятикратную симметрию, и могут покрывать поверхность бесконечным количеством способов.





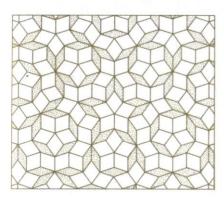
1. Узор, демонстрирующий пятикратную симметрию

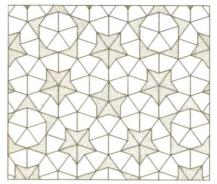


2. Необычная пятикратная исламская мозаика



3. Пятикратная структура шехтманита под микроскопом



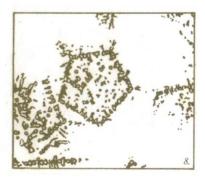








- 7. Ромбовидный триаконтаэдрон трехмерный аналог паркета Пенроуза и строительный блок квазикристалов.
- 8. Снежинки шехтманита образуются, когда сплав алюминиума и марганца быстро охлаждается.

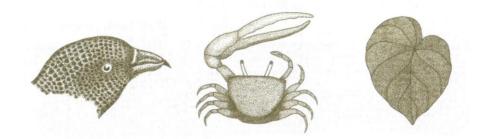


#### АСИММЕТРИЯ

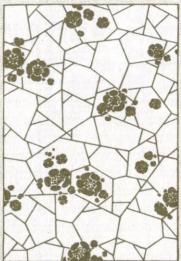
# Парадокс непостоянства.

Где заканчивается симметрия и начинается асимметрия? Взгляните внимательнее на римскую мозаику на обложке этой книги. Она симметрична или нет? Очевидно, общая симметрия присутствует, но более близкое рассмотрение показывает, что рисунок в каждом круге разный. Возможно, эта композиция имеет нарушенную симметрию, что иллюстрирует парадокс, описанный во введении о том, что понятие симметрии не отделимо от понятия асимметрии.

Одно из самых важных открытий современной науки — это то, что «нарушенная» симметрия имеет огромное космологическое значение (больше на стр. 46), но очевидно, что таково огромное количество вещей в мире. Факт в том, что куда ни посмотри, всюду находятся отклонения от симметрии. Человеческое тело, например, двусторонне (или дорсовентрально), и в общей своей форме симметрично, некоторые внутренние органы, например, легкие и почки, тоже симметричны. Однако другие органы — пищеварительный тракт, сердце и печень — не симметричны. И даже общая симметрия тела всего лишь приблизительна. У большинства людей есть доминирующие руки и глаза, и присутствует небольшая асимметрия правой и левой сторон лица.







В живых организмах внутренние причины для определенного типа отклонений возникают в результате зволюционного процесса. Где зеркальная симметрия необходима, она сохраняется, где нет, она модифицируется, либо вообще исчезает. Многие виды склоняются к односторонности в различной степени, но можно быть уверенными, что для асимметрии клёста, манящего краба и листа бегонии нашлись серьезные причины.

Следующий аспект асимметрии, который стоит затронуть, это использование асимметрии в искусстве и дизайне. Существуют различные мотивы, умышленно использующие в дизайне асимметрию, по регигиозным или суеверным причинам, либо для создания определенного динамического напряжения (что особенно характерно для японского искусства). Как ни странно, какими бы ни были причины намеренного использования асимметриц, всегда существует подразумеваемая связь с самой симметрией. Таким-образом, асимметрия в искусстве обычно является ответом, на том или ином уровне, на данный принцип организации.



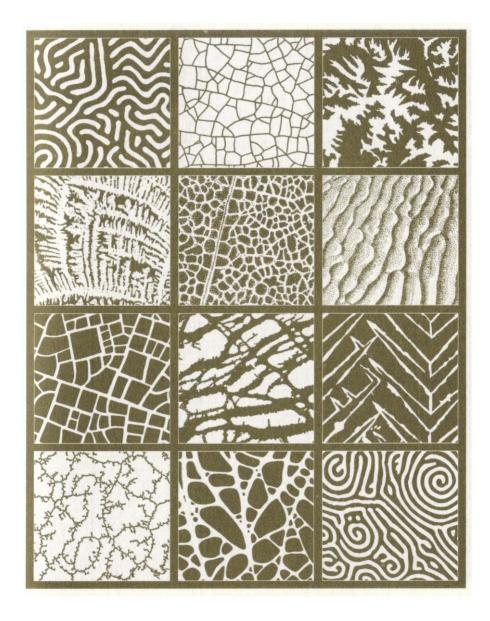
# САМООРГИНИЗУЮЩИЕСЯ СИММЕТРИИ.

Закономерности нелинейных систем.

Существует множество естественных узоров, представляющих более неуловимую закономерность, чем высокоорганизованная симметрия кристаллов. Некоторые из них генерируются по достаточно простым правилам, другие используют сложные факторы, многие получаются в результате той или иной формы (напротив) самоорганизации. Эти системы определенно универсальными, их симметрия скорее зависимая и текучая, нежели жесткая и статичная. Простая рябь на морском берегу, например, создается множеством задействованных факторов, включая приливы, течения, и ветра, не говоря уже об общих эффектах гравитации и тепла, исходящего от солнца. Все это сливается самоорганизующийся, самоограниченный порядок, красота которого заключается в том, что хотя он и повторяется, но при этом бесконечно разнообразен.

Реки также самоорганизуются. И слабые ручейки, и бурные течения следуют одними и теми же извилистыми протоками. Неизбежно все эти петли и изгибы отвечают определенным математическим параметрам. Подобные закономерности выстраивают иерархические системы речного дренажа. Реки формируют ландшафт поверхности, по которой текут, и, в свою очередь, подвержены влиянию ландшафта, кроме того, существует множество незаметных на первый взгляд факторов, влияющих на их форму.

«Масштабно-инвариантные» симметрии также появляются в рисунках трещин в пересохшей земле или трещин эмали. Такие образования появляются в результате иссушения. Существуют вариации типов трещин в различных материалах при разных условиях, но всем им присущи общие черты и масштабные пропорции. Все они сформированы и ограничены процессом высвобождения напряжения, поэтому они прогрессивные и самоорганизующиеся, и стремятся к фрактальности в природе.



#### СИММЕТРИЯ В ХАОСЕ.

Закономерности в самых сложных системах.

Инвариантность приравнивается к симметрии, поэтому на первый взгляд турбулентность, которая является воплощением совершенно беспорядочной системы, не имеет никакой симметрии. Физика турбулентных систем долгое время была самой трудной задачей науки, которая до сих пор не решена полностью, но открытие роли *странных аттракторов* в процессе привнесло новое понимание и новые математические инструменты для работы с такими сложными системами.

Загадочная геометрия странных аттракторов была частью новой нелинейной математики теории Xaoca (революция. породившая фракталы). Она включает в себя концепцию рассмотрения динамических в геометрическом пространстве, координатами которого являются переменные системы. подобная линейных системах геометрия фазовых пространствах представляет собой точку или постоянную кривую, в нелинейных системах это гораздо более сложные формы, странные аттракторы. Один из самых знаменитых аттрактор Лоренца (1, 2), который формирует базу хаотической модели предсказаний погоды (включая Ледниковые периоды). Другой классический пример – «Эксперимент с протекающим краном» (3), когда прекрасные постоянные формы найдены в очевидном беспорядке.

Как мы видим, фрактальная геометрия присуща многим аспектам теории Хаоса, и фракталы предсказуемо четко ассоциируются с аттракторами. Более того, все странные аттракторы фрактальны, как *отображение Фейгенбаума* – тип аттрактора.

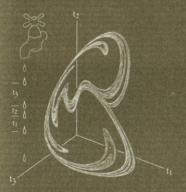
Постоянная Фейгенбаума, которая лежит в основе этого отображения, определяет сложные значения удвоения периода в целом ряде нелинейных феноменов, включая турбулентность (4). Константа Фейгенбаума рекурсивна и появляется при удвоении повторяющегося периода. Вкратце — это универсальная константа как  $\Pi u$  или  $\Phi u$  и имеет схожий симметрический потенциал.



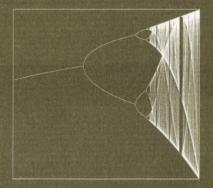
1. Аттрактор Лопенца показывает два симметричных состояния, между которыми он периодически переключается



2. Другой аттрактор Лоренца производит более сложную зону возможностей



3. Промежутки времени между падением капель из крана, отмеченные на графике как х. у и z, формируют странный аттрактор в 3-х мерном фазном пространстве



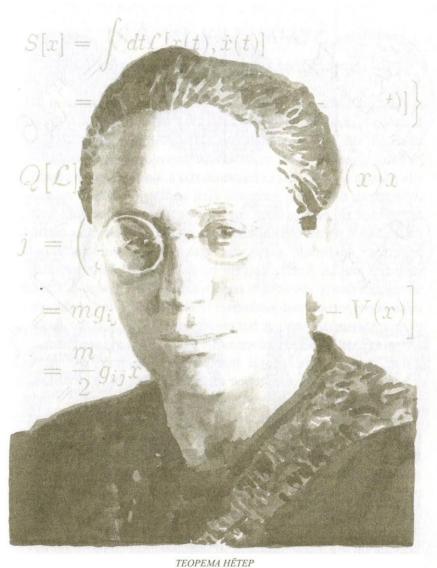
4. Диаграмма динамической системы бифуркации демонстрирует присутствие фрактальной константы Фейгенбаума

### СИММЕТРИЯ В ФИЗИКЕ.

инвариантность и законы природы.

Так как количество энергии в замкнутой системе неизменно, закон сохранения энергии рассматривается как симметричный. Более того, существует общее направление, согласно которому история физики (по крайней мере, современный период) может характеризоваться как последовательное открытие универсальных принципов. Великие открытия Галилея Ньютона в отношении гравитации, например, были по существу открытиями физических законов, которые сильно повлияли на материальный мир, и в то же самое время в каком-то роде Закон него. Ньютона. описывающий независимы OT симметричную силу, действующую на все объекты, описал инвариантность качеств гравитации, то есть ее постоянство везде во вселенной. Расширяя этот закон на движущиеся и объекты, Эйнштейн vскоряющиеся добавил следующие теории симметрии, что стало основой его общей относительности.

Гравитация теперь считается одной из четырех основных сил природы, лежащей в основе всех природных феноменов. В одном из величайших интеллектуальных достижений 20 века математик Эмми Нётер установила связь между динамическими силами и абстрактным понятием симметрии. Так как законы физики одинаково применимы в пространстве, считается, что они обладают трансляционной симметрией, которая, на простейшем уровне, является следствием (или эквивалентна ему) закона сохранения импульса. Физические законы также не меняются во времени, что означает, что они симметричны во времени, из чего следует закон сохранения энергии. Вфизике существует абсолютная связь между симметрией и законами природы, так что физики сознательно ищут инвариантность в задачах с новыми законами сохранения. Реальность, кажется, пронизана скрытой симметрией.



"Каждой непрерывной симметрии физической системы соответствует закон сохранения. Каждому непрерывному закону соответствует непрерывная симметрия" Эмми Нётер, 1915

#### СИММЕТРИЯ В ИСКУССТВЕ.

Ограничивающий и творческий потенциал.

С точки зрения универсальности, мы должны рассматривать творческий импульс как естественную человеческую потребность, но цели этого импульса, методы и роли в обществе разнообразны настолько, насколько различаются сами культурные условия. У искусства может быть религиозная или магическая цель, оно может быть репрезентативным или декоративным, но какими бы ни были цели или функции, искусство связано с определенным доминантным стилем, характерным для данного времени или места. Где бы ни присутствовала симметрия в искусстве, она будет тесно связана с особенностями стиля, так как симметрия в искусстве, как и везде, является организующим принципом. Кажется, что от природы люди ищут симметрию и узоры во всем, поэтому законы симметрии всегда присутствуют в искусстве. Роль соотношений, пропорций и символов в искусстве и архитектуре рассматривается позднее (см стр. 50), но в общем, самое очевидное присутствие симметрии наблюдается в декоративном искусстве.

Искусство племенных людей почти везде использует основные принципы симметрии: отражение и поворот. Двустороннее расположение — эффективный способ создания композиции — применялось как на примитивной, так и на продвинутой стадии развития общества. Широко распространена зеркальноповоротная симметрия, например, она нашла применение в окнах-розах готических соборов (10). Однако существуют вариации в роли симметрии в искусстве. Где-то она не несет особой смысловой нагрузки, а где-то тщательно изучаются ее возможности. Интересно, что это очарование симметрией (или его отсутствие), просматривается во всех обществах, начиная с древнейших времен, вплоть до сегодняшнего дня. Естественно, что общества, в которых художественные традиции склоняются к симметрии, имеют более развитый творческий словарь, и реализуют более широкий круг возможностей.



1. Керамика Пуэбло



2. Кельтское сито



3. Тарелка Инков



4. Исламский мотив



5. Турецкая мозаика



6. Романская эмблема



7. Персидская керамика



8. Коробка: северное побережье Тихого Океана



9. Деталь одежды айнов









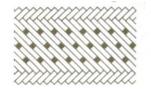


#### СТРАСТЬ К УЗОРАМ.

Вечная притягательность повторяющихся рисунков. Узоры возникают практически сами собой при повторении любой операции (например, вязание, плетении, укладке кирпичей или черепицы), но узоры также часто становились значительной частью культурных стилистических традиций. Хотя многие культуры использовали узоры как часть своего декоративного репертуара, некоторые в определенные периоды в разных частях света, кажется, зацикливались на узорах, как на средстве художественного самовыражения. Хорошо известны сложные вариации исламских узоров, но кроме них еще существовали такие же мощные традиции в кельтской культуре, в Центральной Америке, Византии, Японии и Индонезии. Даже выходцы из других культур, способны оценить повторяющийся орнамент. Он определенную имеет универсальность.

В той или иной степени регулярные орнаменты всегда подразумевают измерение декорируемого пространства. Поэтому художник, сознательно или нет, использует законы симметричного деления плоскости (см. Приложение). Тем не менее, на практике, эти ограничения не столько стесняют, сколько предлагают расширенные возможности внесения разнообразия в рисунок.

Интересно, что как минимум две художественные культуры (Древнего Египта и Ислама), использовали почти все из 17 классов плоскостных узоров. Бессознательное, но систематическое исследование групп симметрий, таким образом, привело к стиранию границы между творческим поиском и наукой, которая в целом может быть характеризована как определение закономерностей.











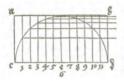
#### СИММЕТРИЯ.

# Идеальные пропорции.

В эпоху Возрождения возобновился интерес к классическому симметрии. Идея симметрии как гармоничного расположения частей, которая была предложена Витрувием, происходила более древних греческих ИЗ взглядов фундаментальный порядок и гармонию со Вселенной. Этот ассоциируется основном c поток влиятельной философией Пифагора и его последователей, для которых геометрия (и особенности геометрия пропорций В соотношений) была ключом к пониманию мироздания.

Идея гармоничного соотношения между частями и системой в целом была доминирующей, и существует большое количество доказательств, что определенные пропорции применялись в древней архитектуре, как в Европе, так и в других культурах. Это использование продолжилось до определенной степени в тех культурах, которые наследовали классические традиции, например, в исламском мире, готических соборах и в период Возрождения.

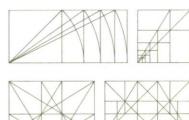
В своей конструктивной работе De architectura Витрувий определил эти законы: «Симметрия – это результат пропорций, пропорции – это соотношений отдельной составной части с целым». Под влиянием этих идей архитектор Возрождения Альберти вводит пифагорову систему соотношений в архитектуру, связывая эту концепцию измерениями человеческого тела. Эта идея была с энтузиазмом перенята художниками, среди которых были и Альбрехт Дюрер, и Леонардо да Винчи.











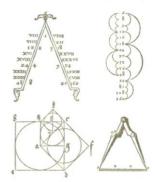




2. Многие древние культуры использовали системы гармоничных пропорций в своей







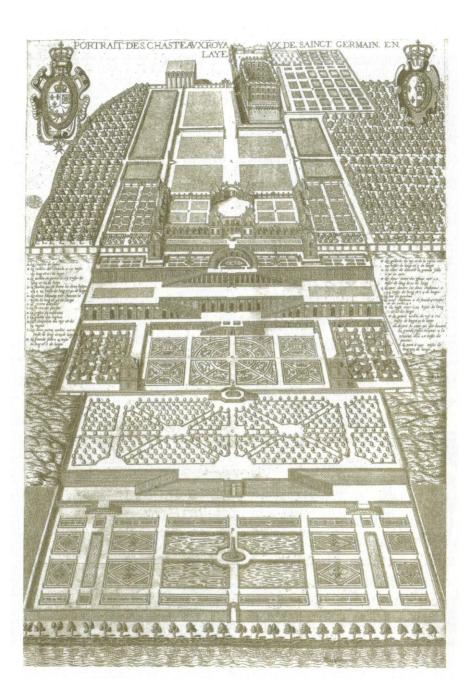
#### ФОРМАЛИЗМ

Симметрия, символизирующая стабильность.

встречается Симметрия часто В случаях выражения формальности, которая сама по себе обязательно связана с статус-кво, c социальным порядком конституционным правом. Это скрытая причина использования симметрии в архитектуре дворцов, правительственных зданий и культовых мест. Строгие церемонии, строгие сады, строгие танцы организованы по тем же принципам. Симметрия здесь символизирует стабильности и прочность, качества, которыми должен обладать любой установленный порядок (и которые будут имитировать последователи этого порядка). Негласное стремление к формализму в любой сфере – это стремление к той или иной степени порядка.

В любой подобной формальной схеме индивидуализм стремится слиться с чем-то большим. Самые яркие примеры общества формализма наблюдать развитых древних онжом В цивилизациях (таких как Фараонский Египет, Месопотамия и Центральная Америка), где любое поведение было строго предписано. Массивные монументы, которые они оставили, свидетельствуют об их жестких взглядах на мир. Поразительная симметрия пирамид, зиккуратов и им подобных была не только между землей и раем, но моделью И иерархированных обществ. Кроме прочего, всего удивительные симметричные монументы символизировали прочную стабильность.

Эти древние цивилизации склонились под натиском более динамичных, но их использование симметрии, как метафоры официального порядка и приличия сохранилось. Ритуалы и церемонии все еще играют важную роль в политической жизни, и симметрия все еще остается важной частью символизма законности.



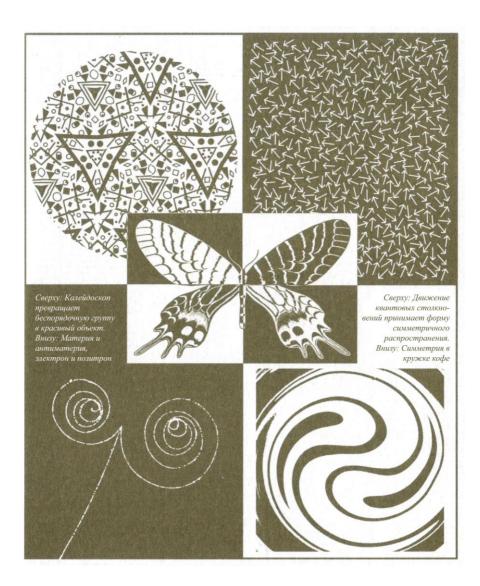
#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ.

Правила и восприятие.

Очевидно, что симметрия — это всепроникающий принцип. Мы наблюдали ее бесконечно разнообразное применение в природных структурах, и эта концепция симметрии стала важным инструментом понимания физического мира. Также симметрия имеет эстетическое значение и вносит свой вклад в самую неуловимую концепцию — красоту. Что еще более неосязаемо — это роль, которую этот организующий принцип играет в нашей повседневной социальной жизни, надо ли говорить, что это тоже важная роль. Начнем с того, что симметрия — это основной компонент социальных норм взаимосвязи. Мы ожидаем соразмерной отдачи от социальных контактов, и чувство взаимоотдачи так же естественно для людей, как и для высших приматов. Кроме того, любая система правосудия напрямую связана с пропорциональностью, не спроста она символизируется весами — ярким примером графического выражения симметрии.

Идеи пропорциональности и равносторонней взаимосвязи также присущи любой системе религиозной веры. Многие религии учат, что наши поступки в этой жизни, соразмерно определят нашу участь после смерти. У концепции рая чаще всего есть антипод – ад. Правда, не все религиозные директивы настолько жесткие...

Возможно, самое элегантное религиозное правило — это Золотое правило, которое проповедовалось многими великими духовными наставниками, включая Конфуция, Иисуса Христа и Гиллеля (и найдено в Махабхарате и Левите, и рекомендовалось философами стоиками). Правило учит относиться к другим так, как мы хотим, чтобы относились к нам. К этому этическому положению нечего прибавить, и оно выражает прекрасную симметрию.



# Приложение - Группы



#### ТОЧЕЧНЫЕ ГРУППЫ:

,,,,,,,,

,,,,,,,

\*\*\*\*\*\*

2-х мерная симметрия относительно центра, получаемая поворотом (слева), отражением (в центра) и комбинацией поворота и отражения (става)

#### ЛИНЕЙНЫЕ ГРУППЫ

2-х мерная симметрия относительно линии. Комбинация опреаций по повторению, повороту и отражению относительно линии производит семь линейных групп, которые в теории могут продолжаться до бесконечности (справа)

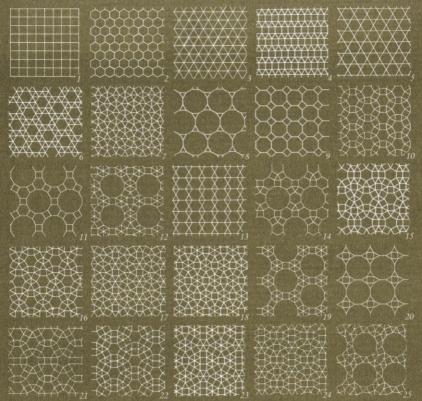
#### СЕТКИ:

Пять основных сеток (внизу) - это основа, по которой конструируются вариации плоских узоров



#### HIJOCKOCTULIE EDVIIIILI

ПЛОСКОСНЫЕ ГРУППЫ: Для создания плоских угоров с заданным элементом используется тот же свод правил (который так же открывает ряд творческих возможностей). С использованием основных сеток, элемент может подвергаться тем же операциям поворота и отражения, в результате давая семнадцать различных конфигураций (виизу)



ДЕЛЕНИЕ ПЛОСКОСТИ: Подобные условия задают правила деления плоскости. Существует только три способа деления с использованием правильных многоугольников. Те многоугольники, у которых три уетыре и шесть сторон (квадрат, равносторонний треугольник, шестиугольник) заполняют плоскость самостоятельно. Те, у которых сторон пять (правитогольния).

не заполнят плоскость. Это только вершина айсберга иерархии классификации деления плоскости. Помимо правильного деления (1-3), существует восемь типов полуправильного деления (4-11) и четырнадцать типов частично правильного деления (12-25), которые вместе формируют все разнообразие использование правильных многоугольников.









